



# UMA VISÃO CAÓTICA DA MODELAGEM DE SISTEMAS NUTRIENTES-FITOPLÂNCTON-ZOOPLÂNCTON.

Heury Sousa Ferreira; Paulo de Marco Júnior

## INTRODUÇÃO

Teoria do Caos é o nome que se dá ao conjunto de princípios e operações matemáticas subjacentes ao caos (WilliaMs, 1997). A palavra Caos vem a indicar aqueles fenômenos cuja evolução temporal é regida por leis completamente determinísticas, mas que exibe comportamento aparentemente aleatório (Bascompte *et al.* 1995). Klikenberg *et al. apud* SCHEFFER *et al.* (2003), realizaram experimentos de mais de 10 anos de duração, mantendo comunidades planctônicas sob condições rigidamente estáveis. Os resultados mostram inequivocamente que as populações planctônicas flutuam de modo errático apesar de uma estabilidade permanente do meio à sua volta. Sob que condições caos de fato ocorreria em sistemas planctônicos naturais é uma questão que abre um leque muito grande de possibilidades para investigação. SILVA *et al.* (2003), denotam um modelo que captura caos em processos de eutrofização em corpos d'água. HUPPERT *et al.* (2005), apresentam um modelo genérico para *bloom* algal que também denota comportamento caótico.

A modelagem matemática é uma abordagem muito interessante no intuito de compreensão teórica de sistemas complexos. Aliggod *et al.* (1997), afirmam que “a idéia de experimentos reais sendo governados por equações é uma ficção”, porém Segel, (1984), apresenta o seguinte argumento: “Arte é a mentira que nos ajuda a ver a verdade, dizia Picasso, e o mesmo pode ser dito da modelagem”.

O uso da Teoria do Caos na geração de modelos para o estudo da dinâmica de sistemas Nutrientes-fitoplâncton-zooplâncton, bem como o estudo do comportamento de tais modelos através de simulações computacionais, pode possibilitar novos *insights* sobre muitos aspectos teóricos vigentes na clássica visão da ecologia de populações.

## Objetivo

Tendo por base a Teoria do Caos o objetivo desse trabalho foi desenvolver um modelo contínuo capaz de capturar o comportamento ecológico geral do sistema Nutrientes-fitoplâncton-zooplâncton, e interpretar em termos ecológicos as situações nas

quais o modelo apresenta comportamento estável e caótico.

## MATERIAIS E MÉTODOS

$$dP/dt = rP - aZP$$

$$dN/dt = i - bNP - qN$$

$$dZ/dt = bNP - dZ$$

Onde  $dP/dt$  representa a taxa de variação do fitoplâncton,  $dN/dt$  representa a taxa de variação de nutrientes e  $dZ/dt$  a taxa de variação do zooplâncton;  $r$  indica a taxa de crescimento do fitoplâncton,  $\beta = 1 - dsen(?t)$ , representa a sazonalidade,  $d$  é intensidade do forcing,  $?$  o tamanho do período,  $i$  taxa de entrada de nutrientes,  $q$  a taxa de precipitação de nutrientes,  $a$  representa a eficiência de herbivoria do zooplâncton e  $d$  sua taxa de mortalidade.

Utilizou-se o software Maple V Release (Student Version) para o estudo da evolução do sistema por meio de simulações. Foram gerados diagramas de espaço fase e séries temporais que denotaram os estados de evolução do sistema.

Buscou-se por fim a interpretação ecológica do significado dos diversos comportamentos apresentados pelo sistema frente a variações em seus parâmetros e variáveis.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

O modelo mostra-se apto a descrever a dinâmica clássica esperada da interação entre Nutrientes-fitoplâncton-zooplâncton para uma extensa faixa de valores dos parâmetros. Para os parâmetros com os seguintes valores,  $r=2.38$ ;  $d=0.5$ ;  $a=0.63$ ;  $d=0.12$ ;  $?=0.19$ ;  $i=0.02$ ;  $q=0.012$ ; o sistema denota um comportamento cíclico clássico. Mantendo-se os mesmos valores anteriores e diminuindo a mortalidade do zooplâncton,  $d=0.02$ , evidencia-se comportamento caótico. Isso sugere um papel de destaque do zooplâncton no controle da dinâmica fitoplanctônica.

Um ramo relativamente recente é o estudo do controle do caos em sistemas biológicos, SOLÉ (1999), faz uma excelente revisão sobre o assunto. O fato

é que pulsos periódicos em um parâmetro controle do sistema ou em algumas das variáveis citadas podem provocar estabilização a longo prazo. Ou seja, embora curiosamente paradoxal, o próprio fato de ser caótico, dá ao sistema grandes chances de ser estável frente às variações ambientais.

## CONCLUSÃO

Alta eficiência de herbivoria do zooplâncton sobre o fitoplâncton parece ser fator determinante para ocorrência de caos em sistemas Nutrientes-fitoplâncton-zooplâncton, aliado a isto outros fatores que parecem favorecer a ocorrência de caos são baixa taxa de precipitação de nutrientes no corpo d'água e intensidade da sazonalidade. Esta última pode ser pensada como uma espécie de parâmetro controle para o modelo. Algo interessante ocorre quando se retira a função  $\beta$  (sazonalidade) do modelo: o sistema torna-se extremamente estável. Apesar da trivialidade matemática do fato, biologicamente isso sugere a enorme importância da sazonalidade para a existência de uma dinâmica caótica na natureza. De fato, recolocando sazonalidade no modelo e diminuindo-se a sua intensidade (intensidade *do forcing*)  $d$ , evidencia-se um comportamento extremamente estável, com oscilações periódicas do sistema. Para  $d=0.15$ , e mantendo-se  $r=2.38$ ;  $a=0.63$ ;  $d=0.12$ ;  $\beta=0.19$ ;  $i=0.02$  e  $q=0.012$ , o sistema se estabiliza. Isto sugere que a intensidade da sazonalidade também é fator determinante da ocorrência de caos, isso fica de acordo com os resultados de HUPPERT *et al.* (2003). Algo que também influencia o comportamento do modelo é o valor de  $\beta$ , que representa o tamanho do período, porém, é necessário uma discussão mais aprofundada sobre a realidade ecológica das variações nesse parâmetro. De modo a descrever a evolução temporal do sistema Nutrientes-fitoplâncton-zooplâncton, estabelecemos o seguinte sistema de equações diferenciais: **Heury Sousa Ferreira heuryf@yahoo.com.br; Paulo de Marco Júnior, Laboratório de Ecologia Teórica, Universidade Federal de Goiás.**

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALIGOOD, K.T.; SAWER, T.D.; YORKE, J.A. 1997. Chaos: An Introduction to Dynamical Systems. Springer-Verlag.

Bascompte, J.; FLOS, J.; MERINO, E.G.; JOU, D.; MARGALEF, R.; SIMÓ, C.; SOLÉ, R.V. 1995. Ode i caos em ecologia. Universitat de Barcelona.

HUPPERT, A.; BLASIUS, B. OLINKY, R.; STONE, L. 2005. A Model for Seasonal Phitoplancton blooms. Journal of Theoretical Biology 236: 276-290.

SCHEFFER, M.; RINALDI, S.; WEISSING, F.J. 2003. Why plankton communities have no equilibrium: solutions to the paradox. Hydrobiologia 491: 9–18.

SEGEL, L.A. 1984. Modeling Dynamic Phenomena in Molecular and Cellular Biology. Cambridge Univ. Press .

SILVA, S.R.F.A.; SAVI, M.A.; ROCHA, R.M. 2003. Chãos in water body eutrophication. 17th International Congress of Mechanical Engineering. SP. 10-14.

SOLÉ, RICHARD V. 1999. Controlling Chaos in Ecology: From Deterministic to Bulletin of Mathematical Biology 61: 1187–1207.

Individual-based Models.

WILLIAMS, Garnett P. 1997. Chaos Theory Tamed. Joseph Henry Press.